Lycée : Habib Thamer Classe : 2 ème Science	SERIE D' EXERCICES N°(6) Notion de polynômes	Ascolaire : 2008/2009

Exercice 1 :

1) Soit $P(x) = 3x^3 - 7x^2 - 22x + 8$
   a) Déterminer le degré du polynôme P et déterminer son monôme du plus haut degré.
   b) Vérifier que 4 est un zéro de P. Factoriser P (x)
   c) Résoudre dans IR : $P(x) \leq 0$
2) a) Factoriser le trinôme : $x^2 - 2x - 8$

   b) Soit f la fonction rationnelle définie par : $f(x) = \dfrac{x^2 - 2x - 8}{P(x)}$. Déterminer le domaine de définition D de f.

   c) Vérifier que pour tout $x \in D$; $f(x) = \dfrac{1}{3x-1}$

   d) Résoudre dans IR : $f(x) = \dfrac{1}{5}$

   e) Résoudre dans IR l'inéquation : $\dfrac{|x-1|}{3x-1} \leq 0$

Exercice 2 :

1) On pose $A(x) = -4x^4 + 20x^2 - 16$. Mettre A (x) en produit de facteurs.
2) Soit $B(x) = -2x^3 + 5x^2 - x - 2$. Vérifier que 2 est une racine de B puis factoriser B (x).
3) On pose $f(x) = \dfrac{A(x)}{B(x)}$ et $g(x) = \sqrt{f(x)}$
   a) Préciser les domaines D_f et D_g des fonctions f et g.
   b) Résoudre dans IR l'inéquation $f(x) \geq 1$
   c) Résoudre dans IR l'inéquation $g(x) < \sqrt{2}\,(x+2)$

Exercice 3 :

Soit la fonction polynôme f : $IR \to IR \quad x \mapsto x^3 - 3x^2 - 6x + 8$

1) Calculer f (-2) puis factoriser f (x)
2) Soit la fonction rationnelle g définie par $g(x) = \dfrac{f(x)}{x^4 - 2x^2 - 8}$
   a) Déterminer le domaine de définition de la fonction g
   b) Résoudre dans IR l'équation $g(x) = \dfrac{-9}{2(x^2+2)}$
   c) Résoudre dans IR l'inéquation $\sqrt{-(x^2+2)g(x)} \geq \sqrt{2}$

Exercice 4 :

Soient $f(x) = x^2 + 3x - 10$ et $g(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$

1) Résoudre dans IR l'inéquation $f(x) > 0$
2) Calculer g (4) puis factoriser g (x)
3) Soit la fonction rationnelle h définie par $h(x) = \dfrac{g(x)}{f(x)}$
   a) Déterminer le domaine de définition de la fonction h
   b) Résoudre dans IR l'inéquation $h(x) \leq -2$

Exercice 5 :

Soient les deux fonctions f : $IR \to IR \quad x \mapsto \dfrac{-x^2 + 3x - 2}{x^2 - (1+\sqrt{3})x + \sqrt{3}}$ et g : $IR \to IR \quad x \mapsto \sqrt{\dfrac{x^2 - 7x + 6}{2x^2 - 5x + 3}}$

1) Déterminer les domaines de définitions des deux fonctions f et g.
2) Résoudre dans IR les inéquations : a) $f(x) \geq 0$ b) $g(x) > 1$

Exercice 6 :

Soit la fonction polynôme f : $IR \to IR$ $x \mapsto x^3 - 3x^2 - 6x + 8$

3) Calculer f (-2) puis factoriser f (x)

4) Soit la fonction rationnelle g définie par g (x) = $\dfrac{f(x)}{x^4 - 2x^2 - 8}$

   a) Déterminer le domaine de définition de la fonction g

   b) Résoudre dans IR l'équation g (x) = $\dfrac{-9}{2(x^2+2)}$

   c) Résoudre dans IR l'inéquation $\sqrt{-(x^2+2)g(x)} \geq \sqrt{2}$

Exercice 7:

Soient f (x) = $x^2 + 3x - 10$ et g (x) = $x^3 - 5x^2 + 2x + 8$

4) Résoudre dans IR l'inéquation f (x) > 0

5) Calculer g (4) puis factoriser g (x)

6) Soit la fonction rationnelle h définie par h (x) = $\dfrac{g(x)}{f(x)}$

   a) Déterminer le domaine de définition de la fonction h

   b) Résoudre dans IR l'inéquation h (x) ≤ – 2

Exercice 8 :

Soient les polynômes : P (x) = $-x^3 + 2x^2 + 11x - 12$ et Q (x) = $x^4 + x^3 - 2x^2 + 4x - 24$

1) a) Trouver une racine apparente de P

   b) Factoriser P (x)

   c) Résoudre dans IR, l'inéquation : P (x) ≤ 0

2) a) Vérifier que 2 et -3 sont deux racines de Q

   b) Factoriser Q (x)

   c) Résoudre dans IR, l'inéquation $\dfrac{Q(x)}{x-2} \geq 0$

3) Soit le polynôme A (x) = (x – 2) P(x) – (x – 1) Q(x)

   a) Factoriser A (x)

   b) En déduire le degré de A

4) Soit f : $IR \to IR$ $x \mapsto f(x) = \dfrac{x^3 + x^2 - x + 1}{\sqrt{2x^3 - 4x^2 - 22x + 24}} + \dfrac{3x^2 - 2x + 5}{x^4 + x^3 - 2x^2 + 4x - 24}$ Déterminer l'ensemble de définition de f.

Exercice 9 :

I / Soit P le polynôme défini par P(x) = $x^4 - 13x^2 + 36$.

   1) Factoriser P (x)

   2) Résoudre dans IR :a) P (x) = 0 b) P (x) < 0

II / Soit Q le polynôme défini par Q (x) = $2x^3 - 5x^2 - 9x + 18$

   1) Vérifier 3 est un zéro du polynôme Q.

   2) Déterminer un polynôme R tel que, pour tout réel x, on a : Q (x) = (x – 3) R(x)

   3) Résoudre dans IR a) Q (x) = 0 b) Q (x) ≥ 2(x + 2)

III / Soit f la fonction rationnelle défini par : f (x) = $\dfrac{P(x)}{Q(x)}$

   1) Déterminer le domaine de définition de la fonction f.

   2) Montrer que pour tout réel x ∈ D_f on a : f (x) = $\dfrac{(x-2)(x+3)}{2x-3}$

   3) Résoudre dans IR les inéquations suivantes :
      a) f (x) ≥ 0
      b) f (x) ≤ x – 1
      c) $\sqrt{x^4 - 13x^2 + 36} < (x+2)(x-3)$